

Estudios Matemáticos NM

Primeros exámenes: 2006



**PROGRAMA DEL DIPLOMA
ESTUDIOS MATEMÁTICOS NM**

Primeros exámenes: 2006

Organización del Bachillerato Internacional

Buenos Aires

Cardiff

Ginebra

Nueva York

Singapur

*Programa del Diploma
Estudios Matemáticos NM*

Versión en español de la guía publicada en abril de 2004 con el título *Mathematical Studies SL*

Organización del Bachillerato Internacional, Ginebra, CH-1218, Suiza

Primera edición publicada en abril de 2004

por la Organización del Bachillerato Internacional
Peterson House, Malthouse Avenue, Cardiff Gate
Cardiff, Wales GB CF23 8GL
REINO UNIDO

Tel.: + 44 29 2054 7777

Fax: + 44 29 2054 7778

Sitio web: www.ibo.org

© Organización del Bachillerato Internacional, 2004

IBO agradece la autorización para reproducir en esta publicación material protegido por derechos de autor. Cuando procede, se han citado las fuentes originales y, de serle notificado, IBO enmendará cualquier error u omisión con la mayor brevedad posible.

El uso del género masculino en esta publicación no tiene un propósito discriminatorio y se justifica únicamente como medio para hacer el texto más fluido. Se pretende que el español utilizado sea comprensible por todos los hablantes de esta lengua y no refleje una variante particular o regional de la misma.

Los artículos promocionales y las publicaciones de IBO en sus lenguas oficiales y de trabajo pueden adquirirse a través del catálogo en línea, disponible en www.ibo.org al seleccionar **Publicaciones** en el menú de atajos. Las consultas sobre pedidos deben dirigirse al departamento de ventas en Cardiff.

Tel.: +44 29 2054 7746

Fax: +44 29 2054 7779

Correo-e: sales@ibo.org

Impreso en el Reino Unido por la Organización del Bachillerato Internacional, Cardiff.

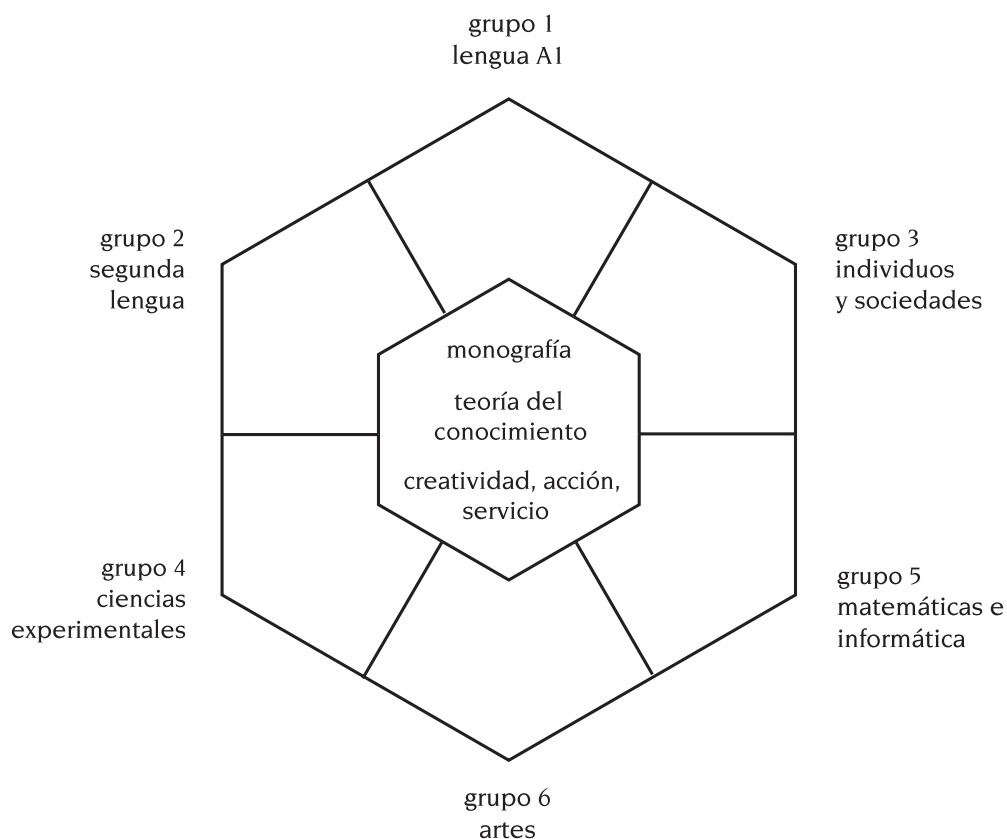
ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	1
NATURALEZA DE LA DISCIPLINA	3
OBJETIVOS GENERALES	6
OBJETIVOS ESPECÍFICOS	7
RESUMEN DEL PROGRAMA DE ESTUDIOS	8
DESCRIPCIÓN DETALLADA DEL PROGRAMA DE ESTUDIOS	9
RESUMEN DE LA EVALUACIÓN	28
DESCRIPCIÓN DETALLADA DE LA EVALUACIÓN	29

INTRODUCCIÓN

El Programa del Diploma del Bachillerato Internacional es un curso pre-universitario exigente, diseñado para responder a las necesidades de estudiantes de secundaria altamente motivados, de edades comprendidas entre los 16 y los 19 años. El curso dura dos años y su amplio currículo prepara a los estudiantes para que cumplan con los requisitos de sistemas educativos de distintos países. Su modelo no se basa en el de ninguno en particular, sino que integra los mejores elementos de muchos de ellos. Puede cursarse en inglés, francés y español.

El modelo del programa se presenta en forma de hexágono, con seis áreas académicas en torno al centro. Las asignaturas se estudian simultáneamente y los estudiantes tienen la oportunidad de acceder a las dos grandes áreas tradicionales del saber, las humanidades y las ciencias.



Los alumnos aspirantes al Diploma deben seleccionar una asignatura de cada uno de los seis grupos de asignaturas. Por lo menos tres y no más de cuatro deben cursarse en el Nivel Superior (NS), y las demás en el Nivel Medio (NM). Se dedican 240 horas lectivas a los cursos de Nivel Superior y 150 a los de Nivel Medio. Al organizar los estudios de esta manera, se da a los estudiantes la posibilidad de explorar, en los dos años del programa, algunas disciplinas en profundidad y otras de modo más general. Este plan es el resultado de la búsqueda deliberada de un equilibrio entre la especialización precoz de ciertos sistemas nacionales y la universalidad preferida por otros.

El sistema de elección de asignaturas está concebido de tal manera que permite al estudiante con inclinaciones científicas aprender una lengua extranjera, y al lingüista nato familiarizarse con el trabajo de laboratorio. A la vez que se mantiene un equilibrio general, la flexibilidad de elegir asignaturas en el Nivel Superior permite al estudiante desarrollar áreas en las que está particularmente interesado y reunir los requisitos para el ingreso a la universidad.

Además del estudio de las seis asignaturas, los alumnos aspirantes al Diploma han de cumplir con otros tres requisitos. La Teoría del Conocimiento (TdC) es un curso interdisciplinario concebido para desarrollar un enfoque coherente del aprendizaje, que no sólo trascienda y unifique las diferentes áreas académicas sino que además estimule la apreciación de otras perspectivas culturales. La Monografía, de unas 4.000 palabras, ofrece a los estudiantes la oportunidad de investigar un tema de especial interés y les familiariza con la investigación independiente y el tipo de redacción académica que se espera de ellos en la universidad. La participación en el componente Creatividad, Acción y Servicio (CAS) del colegio anima a los estudiantes a tomar parte en actividades deportivas, artísticas y de servicio a la comunidad en el contexto local, nacional e internacional.

Primeros exámenes: 2006

NATURALEZA DE LA DISCIPLINA

Introducción

La naturaleza de las matemáticas se puede resumir de varias maneras, por ejemplo como un conjunto de conocimientos bien definido, un sistema abstracto de ideas o una herramienta útil. Es probable que para muchas personas sea una combinación de estas tres cosas, pero no hay duda de que el conocimiento matemático proporciona una clave importante para la comprensión del mundo en que vivimos. Las matemáticas pueden aparecer en nuestra vida de diversas formas: al comprar productos en el mercado, consultar un horario, leer un periódico, cronometrar un proceso o calcular una longitud. Para muchos de nosotros las matemáticas también forman parte de nuestra profesión: los pintores han de aprender perspectiva, los músicos deben comprender las relaciones matemáticas dentro de un mismo ritmo y entre ritmos distintos, los economistas tienen que reconocer tendencias en las transacciones financieras y los ingenieros deben tener en cuenta los tipos de tensión. Los científicos consideran las matemáticas como un lenguaje fundamental para la comprensión de lo que ocurre en la naturaleza. Algunas personas disfrutan de los desafíos que plantean los métodos lógicos de las matemáticas y de la aventura del razonamiento que suponen las demostraciones. Para otras, las matemáticas constituyen una experiencia estética o incluso uno de los pilares de la filosofía. Este predominio de las matemáticas en nuestra vida ofrece motivos claros y suficientes para que sea una asignatura obligatoria del Programa del Diploma.

Presentación de las asignaturas

Debido a las diversas necesidades, intereses y capacidades de los alumnos, existen cuatro asignaturas distintas de matemáticas pensadas para diferentes grupos de estudiantes: aquellos que quieren estudiar matemáticas en profundidad como una disciplina en sí misma o por su interés en materias afines; los que desean adquirir un cierto grado de comprensión y conocimiento que les ayude en el estudio de otras asignaturas; y aquellos que todavía no son conscientes de la relación que pueden tener las matemáticas con sus estudios y con la vida cotidiana. Cada asignatura está concebida para satisfacer las necesidades de un grupo concreto de estudiantes. Así pues, los alumnos deben elegir cuidadosamente el curso más adecuado para ellos.

Para tomar esta decisión, se debe aconsejar a cada alumno que tenga en cuenta los siguientes factores:

- las destrezas matemáticas que posee y el área de las matemáticas en la que pueda obtener mejores resultados
- su interés personal en las matemáticas y las áreas de la asignatura que puedan resultarle más interesantes
- las otras asignaturas que elige en el Programa del Diploma
- sus planes académicos para el futuro, en concreto las asignaturas que desea estudiar
- la profesión que desea desempeñar en el futuro.

Se espera que los profesores presten ayuda en este proceso y aconsejen a los alumnos sobre el modo de elegir el curso más adecuado entre los cuatro cursos de matemáticas que se ofrecen.

Estudios Matemáticos NM

Esta asignatura se ofrece sólo en el Nivel Medio (NM). Está destinada a estudiantes con distintas capacidades y niveles de conocimiento. Concretamente, está pensada para infundir confianza y fomentar el aprecio de las matemáticas entre los alumnos que no tienen previsto necesitarlas en sus estudios posteriores. Los alumnos que elijan esta asignatura han de poseer unas destrezas básicas y unos conocimientos rudimentarios de los procedimientos fundamentales.

Matemáticas NM

Esta asignatura está destinada a estudiantes que ya tienen conocimientos sobre los conceptos matemáticos fundamentales y que poseen las destrezas necesarias para aplicar correctamente técnicas matemáticas sencillas. La mayoría de estos alumnos va a necesitar una formación matemática sólida para sus estudios posteriores en áreas tales como la química, la economía, la psicología, y la administración y gestión de empresas.

Matemáticas NS

Esta asignatura está destinada a estudiantes con una buena formación matemática que poseen una serie de destrezas analíticas y técnicas. Para la mayoría de estos alumnos, las matemáticas constituirán uno de los componentes fundamentales de sus estudios universitarios como materia en sí misma o en áreas tales como la física, la ingeniería y la tecnología. Para otros la elección puede deberse a que tengan un gran interés por las matemáticas, les atraigan sus desafíos y disfruten con la resolución de los problemas que se plantean.

Ampliación de Matemáticas NM

Esta asignatura se ofrece sólo en el Nivel Medio (NM). Está destinada a estudiantes con una buena formación matemática que han alcanzado un alto nivel de competencia en una serie de destrezas analíticas y técnicas, y que muestran un interés considerable por la materia. La mayor parte de estos alumnos pretende seguir estudios de matemáticas en la universidad, bien como materia en sí misma o bien como componente fundamental de alguna área relacionada con ella. La asignatura se ha concebido específicamente para que los alumnos puedan comprender en profundidad diversas ramas de las matemáticas y conocer también sus aplicaciones prácticas.

Estudios Matemáticos NM: descripción de la asignatura

Esta asignatura se ofrece sólo en el Nivel Medio (NM). Está destinada a estudiantes con distintas capacidades y niveles de conocimiento. Concretamente, está diseñada para infundir seguridad en relación con las matemáticas y fomentar su comprensión entre los alumnos que no tienen previsto necesitarlas en sus estudios posteriores. Los alumnos que elijan esta asignatura han de poseer unas destrezas básicas y unos conocimientos rudimentarios de los procedimientos fundamentales.

Esta asignatura se centra en las matemáticas que se pueden aplicar en contextos relacionados, tanto como sea posible, con otras asignaturas, con hechos cotidianos y con temas asociados a situaciones en el hogar, en el trabajo y en el tiempo libre. Incluye el desarrollo de un proyecto, una característica única de este grupo de asignaturas: los alumnos han de presentar un trabajo escrito a partir de una investigación personal que orienta y supervisa el profesor. El proyecto proporciona a los alumnos la oportunidad de llevar a cabo una investigación matemática en el contexto de otra asignatura, de una afición o de otra cuestión de su interés, para lo que deberán utilizar las destrezas adquiridas antes del curso y durante el mismo. Este proceso permite que los alumnos se planteen preguntas sobre las matemáticas y se hagan responsables de una parte de su programa de estudios.

Los estudiantes cuyos principales intereses se encuentren fuera del campo de las matemáticas serán quienes más probablemente elijan este curso y, para muchos de ellos, ésta será la última vez que estudien formalmente la disciplina. Por tanto, todas las partes del programa se han elegido cuidadosamente para que sea posible su estudio a partir de principios elementales. En consecuencia, los estudiantes podrán utilizar su propia capacidad de razonamiento lógico sin necesidad de recurrir a algoritmos ni memorizar fórmulas. A los alumnos que previsiblemente vayan a necesitar las matemáticas en sus estudios posteriores se les debe orientar hacia otra asignatura de matemáticas.

Dada la naturaleza de esta asignatura, los profesores pueden considerar inapropiados los métodos tradicionales de enseñanza y optar por técnicas menos formales de aprendizaje en equipo que tal vez sean más motivadoras y gratificantes para los alumnos. Por lo general, es más fácil captar el interés de los alumnos con clases en las que se empieza, siempre que sea posible, con investigaciones prácticas, para seguir después con el análisis de los resultados hasta llegar a la comprensión de un principio y su formulación en lenguaje matemático. Este tipo de enfoque probablemente ayude a los alumnos a comprender mejor las matemáticas, pues les proporciona un contexto de aplicación y les permite entender mejor cómo han de estructurar el trabajo para el proyecto.

OBJETIVOS GENERALES

Todas las asignaturas del Grupo 5 tienen como meta permitir a los alumnos:

- apreciar las perspectivas multiculturales e históricas de todas las asignaturas de este grupo
- disfrutar de los cursos y llegar a apreciar la elegancia, las posibilidades y la utilidad de las asignaturas
- desarrollar el pensamiento lógico, crítico y creativo
- desarrollar una comprensión de los principios y la naturaleza de la asignatura
- emplear y perfeccionar sus capacidades de abstracción y generalización
- ejercitar la paciencia y la perseverancia en la resolución de problemas
- valorar las consecuencias derivadas de los avances tecnológicos
- aplicar destrezas a distintas situaciones y a la evolución de éstas
- comunicarse con claridad y confianza en diversos contextos.

Internacionalismo

Uno de los objetivos generales de esta asignatura es permitir a los alumnos apreciar la multiplicidad de las perspectivas históricas y culturales de las matemáticas y, en consecuencia, su dimensión internacional. Los profesores pueden lograr este objetivo mediante debates que surjan al tratarse temas relacionados con este aspecto, y a través de referencias a la información de contexto adecuada. Por ejemplo, podría ser conveniente fomentar el debate entre los alumnos sobre:

- diferencias de notación
- las vidas de los matemáticos en su contexto histórico y social
- el contexto cultural de los descubrimientos matemáticos
- la forma en que se han realizado ciertos descubrimientos matemáticos y las técnicas utilizadas para ello
- el modo en que se manifiestan las actitudes de las distintas sociedades ante determinados aspectos de las matemáticas
- la universalidad de las matemáticas como medio de comunicación.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Se espera que los alumnos que hayan seguido cualquiera de los cursos de matemáticas del Grupo 5 conozcan y utilicen conceptos y principios matemáticos. En concreto, han de ser capaces de:

- leer, interpretar y resolver un problema dado utilizando términos matemáticos adecuados
- organizar y representar la información y los datos en forma de tablas, gráficas y diagramas
- conocer y utilizar la terminología y la notación adecuadas
- formular un razonamiento matemático y exponerlo con claridad
- seleccionar y utilizar técnicas y estrategias matemáticas adecuadas
- demostrar la comprensión tanto del significado de los resultados como de su coherencia
- reconocer modelos y estructuras en situaciones diversas y hacer generalizaciones
- reconocer las aplicaciones prácticas de las matemáticas y demostrar su comprensión
- utilizar como herramientas matemáticas los instrumentos tecnológicos apropiados
- demostrar la comprensión de los modelos matemáticos y saber utilizarlos apropiadamente.

RESUMEN DEL PROGRAMA DE ESTUDIOS

Estudios Matemáticos NM

Total 150 h

El programa de la asignatura se compone de ocho unidades.

Requisitos

Todas las unidades y los temas del programa de estudios que se especifican en esta guía son obligatorios. Los alumnos también deben estar familiarizados con los temas incluidos como conocimientos previos (CP).

Unidades del programa de estudios

130 h

Unidad 1: Introducción a las calculadoras de pantalla gráfica	3 h
Unidad 2: Aritmética y álgebra	14 h
Unidad 3: Conjuntos, lógica y probabilidad	20 h
Unidad 4: Funciones	24 h
Unidad 5: Geometría y trigonometría	20 h
Unidad 6: Estadística	24 h
Unidad 7: Introducción al cálculo diferencial	15 h
Unidad 8: Matemáticas financieras	10 h

Proyecto

20 h

El proyecto es un trabajo individual que conlleva la recopilación de información o la realización de mediciones y el análisis y la evaluación de los datos obtenidos.

DESCRIPCIÓN DETALLADA DEL PROGRAMA DE ESTUDIOS

Estructura del programa de estudios

El programa de estudios que se debe impartir en las clases se presenta organizado en tres columnas.

- **Contenidos:** la primera columna especifica, bajo cada unidad, los temas que se deben tratar.
- **Ampliaciones/exclusiones:** la segunda columna contiene información más específica acerca de los temas detallados en la primera columna. Esto permite delimitar lo que es obligatorio y lo que no lo es en la preparación del examen.
- **Notas para los profesores:** la tercera columna proporciona sugerencias útiles para los profesores. Se recuerda que estas son sólo sugerencias.

Programación del curso

Los profesores han de impartir todos los temas de cada una de las ocho unidades del programa de estudios.

No es necesario impartir las unidades del programa de estudios en el mismo orden en el que aparecen en esta guía. Los profesores han de estructurar el curso para que se adapte a las necesidades de sus alumnos, con el objetivo de integrar las áreas contempladas en el programa de estudios y, cuando sea necesario, los conocimientos previos.

Integración del proyecto

El trabajo relacionado con el proyecto debe integrarse totalmente en la programación. En el apartado correspondiente a la evaluación interna se proporciona información detallada sobre cómo hacerlo.

Distribución del tiempo

La carga horaria recomendada para los cursos del Nivel Medio es de 150 horas. En el caso de Estudios Matemáticos NM, 20 de esas horas se dedicarán al proyecto. La distribución del tiempo establecida en esta guía es aproximada y tiene por finalidad sugerir cómo podrían distribuirse las restantes 130 horas de docencia del programa de estudios. Sin embargo, el tiempo exacto dedicado a cada unidad dependerá de diversos factores, como la formación previa y el nivel de preparación de cada alumno. Los profesores deben pues ajustar este esquema a las necesidades de sus alumnos.

En cada unidad del programa de estudios se han incluido más horas para dedicar a la enseñanza de los temas que requieren el uso de una calculadora de pantalla gráfica.

Uso de calculadoras

Se espera que los alumnos dispongan de una calculadora de pantalla gráfica durante el curso, en todo momento. Se proporcionará a los colegios información actualizada respecto a los requisitos mínimos a medida que la tecnología evolucione. Los profesores y los colegios deben supervisar el uso de las calculadoras de acuerdo con la reglamentación sobre las mismas. Cada año se publica en el *Vademécum* información sobre los tipos de calculadoras permitidas.

Cuadernillo de información de Estudios Matemáticos NM

Puesto que todos los alumnos deben poder disponer de un ejemplar sin anotaciones de este cuadernillo durante el examen, se recomienda que los profesores se aseguren de que sus alumnos conocen su contenido desde el principio del curso. El cuadernillo lo proporciona IBO y se publica por separado.

Material de ayuda al profesor

Esta guía se complementa con una serie de materiales de ayuda al profesor. Los mismos incluirán sugerencias para ayudar a los profesores a integrar el uso de calculadoras de pantalla gráfica en las actividades didácticas, orientación para la corrección de proyectos y ejemplos de pruebas de examen y esquemas de calificación. Este material se enviará a todos los colegios.

Pautas para la evaluación externa

Se recomienda que los profesores se familiaricen con las pautas para la evaluación externa, que incluyen información importante acerca de las pruebas de examen. Asimismo, los alumnos deberán conocer la notación y la terminología utilizadas por IBO, ya que se emplean sin explicación en las pruebas de examen.

Conocimientos previos

Generalidades

No se exige que los alumnos estén familiarizados con todos los temas incluidos en la lista de conocimientos previos (CP) **antes** de comenzar el curso. Sin embargo, sí deberán estarlo antes de los **exámenes**, porque en las preguntas se dará por supuesto su conocimiento. Los profesores deberán, por tanto, asegurarse de que cualquier tema incluido en la lista de CP que sus alumnos no dominen al principio del curso se imparta en las primeras etapas del mismo.

Los alumnos también deben conocer las unidades de longitud, masa y tiempo del SI (Sistema Internacional) y sus derivadas.

Temas

Aritmética y álgebra

Uso básico de las cuatro operaciones aritméticas con enteros, decimales y fracciones sencillas, incluido el orden de las operaciones.

- *Ejemplos:* $2(3 + 4 \times 7) = 62$; $2 \times 3 + 4 \times 7 = 34$

Números primos, múltiplos y divisores.

Aplicaciones sencillas de razones, porcentajes y proporciones.

Manejo básico de expresiones algebraicas sencillas que incluya factorización y desarrollo.

- *Ejemplos:* $ab + ac = a(b + c)$; $(x + 1)(x + 2) = x^2 + 3x + 2$

Transformación de expresiones en otras equivalentes.

- *Ejemplo:* $A = \frac{1}{2}bh \Rightarrow h = \frac{2A}{b}$

Cálculo del valor numérico de una expresión por sustitución de la variable.

- *Ejemplo:* Si $x = -3$, entonces $x^2 - 2x + 3 = 18$

Resolución de ecuaciones lineales con una incógnita.

- *Ejemplos:* $3(x + 6) - 4(x - 1) = 0$; $\frac{6x}{5} + 4 = 7$

Resolución de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

- *Ejemplo:* $3x + 4y = 13$, $\frac{1}{3}x - 2y = -1$

Cálculo de potencias de exponente entero.

- *Ejemplos:* a^b , $b \in \mathbb{Z}$; $2^{-4} = \frac{1}{16}$

Relaciones de orden $<$, \leq , $>$, \geq y sus propiedades.

Intervalos en la recta real.

- *Ejemplo:* $2 < x \leq 5$, $x \in \mathbb{R}$

Geometría y trigonometría

Conceptos básicos de la geometría: puntos, rectas, planos y ángulos.

Figuras planas sencillas y sus propiedades, incluidas la longitud de la circunferencia, el área del círculo, y perímetros y áreas de triángulos, cuadriláteros y formas compuestas.

El plano cartesiano (x, y) .

Seno, coseno y tangente de ángulos agudos.

Teorema de Pitágoras.

Estadística

Recopilación de datos y su representación en gráficas de barras, gráficas de sectores y pictogramas.

Matemáticas financieras

Uso elemental de las monedas generalmente reconocidas en todo el mundo.

- *Ejemplos:* franco suizo (CHF); dólar estadounidense (USD, \$); libra esterlina (GBP, £); euro (EUR, €); yen japonés (JPY); dólar australiano (AUD).

Unidades del programa de estudios

Unidad I : Introducción a las calculadoras de pantalla gráfica

3 h

Objetivos generales

El objetivo general de esta unidad es introducir las funciones numéricas, gráficas y de programación de las calculadoras de pantalla gráfica.

Descripción detallada

	Contenidos	Ampliaciones/exclusiones	Notas para los profesores
1.1	<p>Cálculos aritméticos, uso de la calculadora de pantalla gráfica para obtener las gráficas de diversas funciones.</p> <p>Elección adecuada de las opciones de la ventana de visualización (menú “window”), uso de las opciones de ampliación y reducción (“zoom”) y de exploración de una gráfica con el cursor (“trace” o equivalente) para localizar puntos con una precisión determinada.</p> <p>Explicaciones sobre las teclas utilizadas con mayor frecuencia.</p> <p>Introducción de datos en listas.</p>	<p>Se espera que se utilicen ampliamente las calculadoras de pantalla gráfica a lo largo de todo el curso. En cada una de las unidades está previsto dedicar un tiempo a este aspecto.</p>	<p>Consultar el material de ayuda al profesor.</p>

Objetivos generales

El objetivo general de esta unidad es introducir algunos conceptos básicos y principios elementales de las matemáticas. Es imprescindible una clara comprensión de estos temas para el resto del curso.

Descripción detallada

	Contenidos	Ampliaciones/exclusiones	Notas para los profesores
2.1	Conjunto de los números naturales, \mathbb{N} ; enteros, \mathbb{Z} ; racionales, \mathbb{Q} ; y reales, \mathbb{R} .	No se requiere: demostración de la irracionalidad de ciertos números, por ejemplo, de $\sqrt{2}$.	
2.2	Aproximación: lugares decimales y cifras significativas. Porcentajes de error. Estimación.	Se incluye: reconocimiento de los errores que se pueden dar si se redondea antes de tiempo. Se incluye: capacidad para reconocer si los resultados de los cálculos son coherentes, incluidos los valores de, por ejemplo, longitudes, medidas de ángulos y áreas.	Por ejemplo, las longitudes no pueden ser valores negativos.
2.3	Expresión de números en la forma $a \times 10^k$, donde $1 \leq a < 10$ y $k \in \mathbb{Z}$. Operaciones con números expresados en la forma $a \times 10^k$, donde $1 \leq a < 10$ y $k \in \mathbb{Z}$.	Conocimiento y manejo de la calculadora de pantalla gráfica en el formato de notación científica. Todas las respuestas han de venir dadas en la forma $a \times 10^k$, donde $1 \leq a < 10$ ($k \in \mathbb{Z}$). En los exámenes: no se pueden escribir los resultados tal como aparecen en la pantalla de la calculadora.	Los ejercicios deben incluir ejemplos de aplicaciones científicas, económicas o de otro tipo con números muy grandes y muy pequeños.
2.4	SI (Sistema Internacional) y otras unidades básicas de medida, por ejemplo: gramo (g), metro (m), segundo (s), litro (l), metro por segundo (m s^{-1}), grados en las escalas Celsius y Fahrenheit.	Se incluye: conversión de unas unidades a otras.	Relacionar con la notación a la que se refiere el apartado 2.3, por ejemplo: $5 \text{ km} = 5 \times 10^6 \text{ mm}$.

Unidad 2: Aritmética y álgebra (continuación)

	Contenidos	Ampliaciones/exclusiones	Notas para los profesores
2.5	<p>Progresiones aritméticas, series aritméticas y sus aplicaciones.</p> <p>Uso de las fórmulas del término n-ésimo y de la suma de los n primeros términos.</p>	<p>Se incluye: interés simple como aplicación.</p> <p>Relacionar con el interés simple en el apartado 8.2.</p>	<p>Las fórmulas se pueden verificar por medio de ejemplos numéricos.</p> <p>Los alumnos pueden utilizar la calculadora de pantalla gráfica para realizar los cálculos, pero deben saber identificar claramente el primer término y la diferencia común.</p>
2.6	<p>Progresiones geométricas, series geométricas y sus aplicaciones.</p> <p>Uso de las fórmulas del término n-ésimo y de la suma de n términos.</p>	<p>Se incluye: interés compuesto como aplicación.</p> <p>Relacionar con el interés compuesto en el apartado 8.3.</p> <p>No se requiere: uso de logaritmos para hallar n, dada la suma de una serie, ni la suma de los infinitos términos.</p>	<p>Las fórmulas se pueden verificar por medio de ejemplos numéricos.</p> <p>Los alumnos pueden utilizar la calculadora de pantalla gráfica para realizar los cálculos, pero deben saber identificar claramente el primer término y la razón común.</p>
2.7	<p>Resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas utilizando la calculadora de pantalla gráfica.</p> <p>Resolución de ecuaciones de segundo grado: por factorización y utilizando la calculadora de pantalla gráfica.</p>	<p>Se incluye: revisión de métodos analíticos.</p> <p>Opcional: conocimiento de la fórmula de la solución de una ecuación de segundo grado.</p> <p>Se debe explicar la terminología habitual, como ceros o raíces y descomposición en factores.</p>	<p>Relacionar con las funciones cuadráticas en el apartado 4.3.</p>

Objetivos generales

El objetivo general de esta unidad es lograr que los alumnos comprendan el concepto de conjunto y utilicen la notación adecuada, realicen equivalencias entre las formas verbales y las formas simbólicas de los enunciados y viceversa, conozcan los principios de la lógica para el análisis de dichos enunciados y analicen sucesos aleatorios.

Descripción detallada

	Contenidos	Ampliaciones/exclusiones	Notas para los profesores
3.1	Conceptos elementales de la teoría de conjuntos: subconjuntos, unión, intersección y complementario.	Análisis de la notación utilizada para las relaciones entre conjuntos.	Se pueden utilizar ejemplos con los conjuntos \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} , \mathbb{R} , el conjunto de los números primos o conjuntos de múltiplos y divisores.
3.2	Diagramas de Venn y aplicaciones sencillas.	Se incluye: diagramas con un máximo de tres subconjuntos del conjunto universal. No se requiere: conocimiento de las leyes de Morgan.	
3.3	Espacio muestral: suceso A y suceso complementario A' .		Son también válidas otras notaciones para el complementario de un conjunto.
3.4	Conceptos elementales de la lógica simbólica: definición de proposición y notación simbólica de las proposiciones.		
3.5	Proposiciones compuestas: implicación, \Rightarrow ; equivalencia, \Leftrightarrow ; negación, \neg ; conjunción, \wedge ; disyunción, \vee ; disyunción exclusiva, $\underline{\vee}$. Equivalencias entre enunciados verbales, formas simbólicas y diagramas de Venn. Conocimiento y uso de la “disyunción exclusiva” y su diferencia con la “disyunción”.	Se incluye: énfasis en la importancia de las analogías entre la lógica y la teoría de conjuntos, por ejemplo: $(A \cap B)$ y $(a \wedge b)$.	

Unidad 3: Conjuntos, lógica y probabilidad (continuación)

	Contenidos	Ampliaciones/exclusiones	Notas para los profesores
3.6	Tablas de verdad: uso de las tablas de verdad para verificar las propiedades de los conectores. Concepto de contradicción lógica y de tautología.	En las tablas de verdad se utilizará un máximo de tres proposiciones.	Se pueden utilizar las tablas de verdad para ilustrar las propiedades asociativa y distributiva de los conectores y para mostrar diversos enunciados de implicaciones y equivalencias, por ejemplo: $\neg q \Rightarrow \neg p$.
3.7	Definición de implicación: recíproca, contraria y contrarrecíproca. Equivalencia lógica.		
3.8	Sucesos equiprobables. Probabilidad de un suceso A dada por $P(A) = \frac{n(A)}{n(U)}$ Probabilidad del suceso complementario, $P(A') = 1 - P(A)$.		En general, el concepto de probabilidad se debe introducir y explicar mediante ejemplos prácticos con monedas, dados, juegos de cartas y otros donde se puedan observar los comportamientos aleatorios.
3.9	Diagramas de Venn, diagramas de árbol y tablas de resultados. Resolución de problemas “con reposición” y “sin reposición”.		Ejemplos: cartas, dados y otros casos sencillos de elección al azar.
3.10	Leyes de la probabilidad. Sucesos compuestos: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$. Sucesos incompatibles o mutuamente excluyentes: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$. Sucesos independientes: $P(A \cap B) = P(A)P(B)$. Probabilidad condicionada: $P(A B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$.	Se debe recomendar a los alumnos que elijan el método más adecuado para resolver cada problema. En los exámenes: no se plantearán problemas relativos a juegos de cartas.	Los experimentos con dados, juegos de cartas y monedas, por ejemplo, pueden contribuir a la comprensión de la frecuencia relativa obtenida en un experimento frente a la probabilidad teórica. Se debe resaltar el hecho de que algunos problemas de probabilidad se pueden resolver más fácilmente con la ayuda de diagramas de Venn o de árbol.

Objetivos generales

El objetivo general de esta unidad es desarrollar la comprensión de algunas de las funciones que se pueden aplicar a situaciones prácticas. En esta unidad se debe animar a los alumnos a hacer un amplio uso de las calculadoras de pantalla gráfica.

Descripción detallada

	Contenidos	Ampliaciones/exclusiones	Notas para los profesores
4.1	Concepto de función como aplicación. Dominio y recorrido. Diagramas de flechas.	Los ejemplos han de incluir funciones definidas sobre los conjuntos \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} y \mathbb{R} como dominios. En los exámenes: si el dominio es \mathbb{R} , entonces se omitirá la expresión $x \in \mathbb{R}$.	En la notación, las letras f y x pueden ser sustituidas por cualquier otra letra, por ejemplo: $g(x)$, $h(y)$, $k(t)$.
4.2	Funciones lineales y sus gráficas, por ejemplo: $f: x \mapsto mx + c$.		Se puede ilustrar el tema con ejemplos de problemas tomados de la realidad, tales como gráficas de conversión de temperaturas o tarifas de alquiler de automóviles. Relacionar con la ecuación de la recta en el apartado 5.2.
4.3	Gráfica de la función cuadrática: $f(x) = ax^2 + bx + c$. Propiedades de simetría, vértice e intersecciones con los ejes.	Eje de simetría, $x = -\frac{b}{2a}$. Las propiedades se deben explicar utilizando la calculadora de pantalla gráfica.	Al principio, se puede intentar llegar a la expresión de la ecuación del eje de simetría mediante la investigación. Relacionar con las ecuaciones de segundo grado en el apartado 2.7.

Unidad 4: Funciones (continuación)

	Contenidos	Ampliaciones/exclusiones	Notas para los profesores
4.4	<p>La expresión exponencial: a^b; $b \in \mathbb{Q}$.</p> <p>Gráficas de las funciones exponenciales y sus propiedades. $f(x) = a^x$; $f(x) = a^{\lambda x}$; $f(x) = ka^{\lambda x} + c$; $k, a, c, \lambda \in \mathbb{Q}$.</p> <p>Crecimiento y decrecimiento, conceptos elementales del comportamiento asintótico.</p>	<p>En los exámenes: se espera que los alumnos utilicen métodos gráficos, incluido el uso de las calculadoras de pantalla gráfica, en la resolución de problemas.</p>	<p>Se pueden utilizar ejemplos tomados de la realidad, tales como el crecimiento de la población, la disminución de la radioactividad o el enfriamiento de un líquido.</p> <p>Relacionar con el interés compuesto en el apartado 8.3.</p>
4.5	<p>Gráficas y propiedades de las funciones seno y coseno: $f(x) = a \sin bx + c$; $f(x) = a \cos bx + c$; $a, b, c, \in \mathbb{Q}$.</p> <p>Amplitud y período.</p>	<p>En los exámenes: se espera que los alumnos utilicen métodos gráficos en la resolución de problemas.</p> <p>En las calculadoras de pantalla gráfica se debe elegir la opción “degree” que interpreta los valores como grados.</p>	<p>Ejemplos de fenómenos cíclicos pueden ser: las mareas, la duración del día y el giro de las ruedas.</p>
4.6	<p>Precisión en la representación gráfica.</p>	<p>Se espera que los alumnos sean capaces de dibujar con precisión las gráficas de todas las funciones anteriores.</p>	
4.7	<p>Uso de la calculadora de pantalla gráfica para analizar y dibujar de forma aproximada algunas funciones sencillas no conocidas.</p>	<p>Ejemplos: $\frac{1}{x+c}$ y funciones polinómicas de grado mayor que 2. Los alumnos han de saber reconocer e identificar únicamente las asíntotas horizontales y verticales.</p>	
4.8	<p>Uso de la calculadora de pantalla gráfica para la resolución de ecuaciones que incluyen combinaciones de algunas funciones sencillas no conocidas.</p>	<p>Ejemplos: $x - 2 = \frac{1}{x}$ y $5x = 3^x$.</p>	

Objetivos generales

El objetivo general de esta unidad es desarrollar las destrezas necesarias para dibujar diagramas claros, representar información dada en dos dimensiones y aplicar técnicas geométricas y trigonométricas en la resolución de problemas.

Descripción detallada

	Contenidos	Ampliaciones/exclusiones	Notas para los profesores
5.1	Coordenadas en el plano: punto, recta y punto medio. Distancia entre dos puntos.		
5.2	Ecuación de la recta en el plano: forma explícita $y = mx + c$, y forma general $ax + by + d = 0$. Pendiente y puntos de corte con los ejes. Intersección de dos rectas, rectas paralelas y rectas perpendiculares.	Se incluye: si m_1 y m_2 son las pendientes de dos rectas, saber que $m_1 = m_2$ si las rectas son paralelas, y $m_1 = -\frac{1}{m_2}$ si las rectas son perpendiculares.	Relacionar con las funciones lineales en el apartado 4.2.
5.3	Razones trigonométricas en un triángulo rectángulo. Uso de las razones seno, coseno y tangente.	En los exámenes: se plantearán problemas que incluyan el teorema de Pitágoras. Se espera que los alumnos utilicen las funciones trigonométricas inversas con la calculadora de pantalla gráfica, pero sin necesidad de un conocimiento en profundidad de las mismas.	Ejemplo: resolver $\sin x = 0,7$.

Unidad 5: Geometría y trigonometría (continuación)

	Contenidos	Ampliaciones/exclusiones	Notas para los profesores
5.4	<p>Teorema del seno: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$.</p> <p>Teorema del coseno: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$; $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$.</p> <p>Área del triángulo: $\frac{1}{2}ab \sin C$.</p> <p>Construcción de diagramas rotulados a partir de enunciados verbales.</p>	<p>No se requiere: medida en radianes.</p> <p>En los exámenes: no se pedirá a los alumnos la demostración del teorema del seno ni la del teorema del coseno.</p> <p>El caso ambiguo puede explicarse, pero no será objeto de examen.</p>	<p>En toda esta unidad se debe fomentar que, en la resolución de problemas, los alumnos dibujen diagramas adecuados y bien rotulados como fundamento de sus resoluciones.</p>
5.5	<p>Geometría de las figuras en el espacio: ortoedro, prisma, pirámide, cilindro, esfera, semiesfera y cono.</p> <p>Longitud de los segmentos que unen vértices entre sí, vértices con puntos medios y puntos medios entre sí; medidas de ángulos entre dos rectas y entre rectas y planos.</p>	<p>Se incluye: área y volumen de estas figuras.</p> <p>Se incluye: únicamente prismas rectos y pirámides rectas de base cuadrada.</p>	

Objetivos generales

El objetivo general de esta unidad es introducir conceptos que serán de utilidad en futuros estudios de inferencia estadística y desarrollar técnicas para describir y analizar conjuntos de datos.

Descripción detallada

	Contenidos	Ampliaciones/exclusiones	Notas para los profesores
6.1	Clasificación de datos en discretos y continuos.		Se pueden utilizar datos relativos a los alumnos, al colegio o a la comunidad.
6.2	Datos discretos simples: tablas de frecuencias y polígonos de frecuencias.		
6.3	Datos agrupados discretos o continuos: tablas de frecuencias, valores centrales de los intervalos y extremos superior e inferior de los intervalos. Histogramas de frecuencias. Diagramas de tallos y hojas.	En los histogramas de frecuencias se usan intervalos de clase con la misma amplitud.	
6.4	Tablas de frecuencias acumuladas para datos discretos agrupados y para datos continuos agrupados y curvas de frecuencias acumuladas. Diagramas de caja y bigotes. Percentiles y cuartiles.		

Unidad 6: Estadística (continuación)

	Contenidos	Ampliaciones/exclusiones	Notas para los profesores
6.5	<p>Medidas de posición central.</p> <p>Para datos discretos simples: media, mediana y moda.</p> <p>Para datos agrupados discretos y continuos: media aproximada, grupo modal, percentil 50.</p>		<p>Los alumnos deben usar los valores centrales de los intervalos para estimar la media en datos agrupados. Pueden relacionar la mediana con los diagramas de frecuencias acumuladas y asociarla con el percentil 50.</p> <p>Los alumnos deben estar familiarizados con la notación de sumatoria (Σ).</p>
6.6	<p>Medidas de dispersión: rango, rango intercuartil y desviación típica.</p>	<p>Se incluye: comprensión del concepto de dispersión y del significado del valor numérico de la desviación típica, s_n. Se espera que los alumnos utilicen la calculadora de pantalla gráfica para calcular las desviaciones típicas.</p> <p>Deben comprender los conceptos de población y muestra. También deben saber que, por lo general, la media de la población, μ, y la desviación típica de la población, σ, se desconocen, y que la media muestral, \bar{x}, y la desviación típica muestral, s_n, son sólo estimaciones de las anteriores.</p>	<p>Al principio, se debe demostrar la fórmula para calcular la desviación típica a partir de su definición. Los alumnos deben tener en cuenta que la notación de IBO puede ser distinta de la notación que aparece en las calculadoras de pantalla gráfica.</p>

Unidad 6: Estadística (continuación)

	Contenidos	Ampliaciones/exclusiones	Notas para los profesores
6.7	<p>Diagramas de dispersión; recta de ajuste óptimo, dibujada por aproximación, que contiene a la media.</p> <p>Variabes bidimensionales: concepto de correlación.</p> <p>Coficiente de correlación momento-producto de Pearson:</p> <p>uso de la fórmula $r = \frac{s_{xy}}{s_x s_y}$.</p> <p>Interpretación de las correlaciones positivas, negativas y nulas.</p>	<p>En los exámenes: el valor de s_{xy} vendrá dado cuando se necesite. s_x representa la desviación típica de la variable X; s_{xy} representa la covarianza de las variables X e Y.</p> <p>Se puede hacer uso de la calculadora de pantalla gráfica para calcular r cuando los datos no se encuentran organizados.</p>	
6.8	<p>Recta de regresión de y sobre x: uso de la fórmula $y - \bar{y} = \frac{s_{xy}}{s_x^2} (x - \bar{x})$.</p> <p>Uso de la recta de regresión para realizar predicciones.</p>	<p>Los alumnos deben ser capaces de comprender la presencia de valores no esperados.</p> <p>Los alumnos deben saber que la recta de regresión se vuelve menos fiable cuando nos alejamos del conjunto de datos. Se puede hacer uso de la calculadora de pantalla gráfica para calcular la ecuación de la recta de regresión cuando los datos no se encuentran organizados.</p>	y representa la variable dependiente.

Unidad 6: Estadística (continuación)

	Contenidos	Ampliaciones/exclusiones	Notas para los profesores
6.9	<p>La prueba de χ^2 para la independencia: formulación de las hipótesis nula y alternativa, niveles de significación, tablas de contingencia, frecuencias esperadas, uso de la fórmula</p> $\chi_{calc}^2 = \sum \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e};$ <p>grados de libertad, uso de las tablas para valores críticos, valores del parámetro p.</p>	<p>Se incluye: tablas de contingencia h por k donde $h, k \leq 4$.</p> <p>En los exámenes: se plantearán preguntas sobre los distintos niveles de significación habitualmente utilizados (1%, 5%, 10%).</p> <p>Se puede hacer uso de la calculadora de pantalla gráfica para calcular el valor de χ^2 cuando los datos no se encuentran organizados.</p> <p>No se requiere: corrección de Yates a la continuidad.</p> <p>Se utilizarán los valores del parámetro p para estudiar los contrastes de una cola (unilaterales) a cualquiera de los dos lados de la distribución, pero no para los contrastes de dos colas (bilaterales).</p>	

Objetivos generales

El objetivo general de esta unidad es introducir el concepto de pendiente de la gráfica de una función en un punto, que resulta fundamental para el estudio del cálculo diferencial, de modo que los alumnos puedan aplicar el concepto de derivada de una función a la resolución de problemas prácticos.

Descripción detallada

	Contenidos	Ampliaciones/exclusiones	Notas para los profesores
7.1	<p>Pendiente de la recta que pasa por dos puntos, P y Q, de la gráfica de una función.</p> <p>Comportamiento de la pendiente de la recta que pasa por dos puntos, P y Q, de la gráfica de una función, cuando Q se acerca a P.</p> <p>Tangente a una curva.</p>	<p>No se requiere: estudio formal de límites.</p> <p>Se incluye: resolución de problemas relativos a una función determinada para valores dados de h y x.</p> <p>La derivada como función, $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{f(x+h) - f(x)}{h} \right); \quad f'(x) = \frac{dy}{dx}.$</p> <p>En los exámenes: no se plantearán preguntas de cálculo de la derivada a partir de la definición.</p>	<p>Se debe introducir el concepto de límite mediante investigaciones gráficas y numéricas.</p>
7.2	<p>Reglas de derivación: $f(x) = ax^n \Rightarrow f'(x) = anx^{n-1}$ $\Rightarrow f''(x) = an(n-1)x^{n-2}.$</p> <p>Derivada de las funciones de la forma $f(x) = ax^n + bx^{n-1} + \dots, n \in \mathbb{Z}.$</p>	<p>Se incluye: valores enteros negativos de n.</p>	
7.3	<p>Pendiente de una curva en un punto para un valor dado de x.</p> <p>Valores de x dado el valor de $f'(x)$.</p> <p>Ecuación de la tangente a una curva en un punto dado.</p>	<p>No se requiere: ecuación de la normal.</p>	

Unidad 7: Introducción al cálculo diferencial (continuación)

	Contenidos	Ampliaciones/exclusiones	Notas para los profesores
7.4	Funciones crecientes y decrecientes. Interpretación gráfica de $f'(x) > 0$, $f'(x) = 0$, $f'(x) < 0$.		
7.5	Valores de x donde la pendiente de la curva es 0 (cero): resolución de $f'(x) = 0$. Máximos y mínimos locales.	Se incluye: concepto del cambio del crecimiento al decrecimiento de una función, y viceversa, como comprobación de la existencia de máximos o mínimos locales. Se deben explicar los puntos de inflexión con pendiente nula, aunque no serán objeto de examen.	

Objetivos generales

El objetivo general de esta unidad es establecer una base sólida para la comprensión de los conceptos que subyacen en ciertas transacciones financieras. Los alumnos pueden utilizar en esta unidad cualquier método adecuado (por ejemplo, procedimientos iterativos o cálculo de aproximaciones sucesivas) que sea válido para obtener la solución de un problema.

Descripción detallada

	Contenidos	Ampliaciones/exclusiones	Notas para los profesores
8.1	Conversión de monedas.	Se incluye: transacciones en distintas monedas que conlleven comisión.	
8.2	Interés simple: uso de la fórmula $I = \frac{Crn}{100}$ donde C = capital, r = % de interés, n = número de períodos de tiempo, I = interés.	En los exámenes: no se plantearán problemas donde se pida a los alumnos que deduzcan la fórmula.	Relacionar con las progresiones aritméticas en el apartado 2.5.
8.3	Interés compuesto: uso de la fórmula $I = C \times \left(1 + \frac{r}{100}\right)^n - C$. Amortización. El valor de r puede ser positivo o negativo.	En los exámenes: no se plantearán problemas donde se pida a los alumnos que deduzcan la fórmula. Se incluye: uso de métodos iterativos, métodos de aproximación sucesiva y la calculadora de pantalla gráfica para calcular n (el número de períodos de tiempo). No se requiere: uso de logaritmos. Se puede calcular el interés compuesto anual, semestral, cuatrimestral, mensual o diario.	Relacionar con las progresiones geométricas en el apartado 2.6 y con las funciones exponenciales en el apartado 4.4.
8.4	Construcción y manejo de tablas: sistemas de préstamos y amortizaciones; sistemas de inversión y ahorro; inflación.		

RESUMEN DE LA EVALUACIÓN

Primeros exámenes: 2006

Estudios Matemáticos NM

Evaluación externa **3 h** **80%**

Exámenes escritos

Prueba 1 **1 h 30 m** **40%**

15 preguntas obligatorias de respuesta corta en relación con todo el programa de estudios

Prueba 2 **1 h 30 m** **40%**

5 preguntas obligatorias de respuesta larga en relación con todo el programa de estudios

Evaluación interna **20%**

Proyecto

El proyecto es un trabajo individual que conlleva la recopilación de información o la realización de mediciones y el análisis y la evaluación de los datos obtenidos.

DESCRIPCIÓN DETALLADA DE LA EVALUACIÓN

Descripción detallada de la evaluación externa 3 h 80%

Generalidades

Prueba 1 y prueba 2

Estas pruebas las establece y evalúa IBO. En total, representan el 80% de la nota final del curso. Están diseñadas para que los alumnos puedan demostrar lo que saben y son capaces de hacer.

Calculadoras

Para ambas pruebas, los alumnos han de disponer de una calculadora de pantalla gráfica en todo momento. Se publica cada año en el *Vademécum* información sobre los tipos de calculadoras permitidas.

Cuadernillo de información de Estudios Matemáticos NM

Todos los alumnos deben poder disponer de un ejemplar sin anotaciones del cuadernillo de información durante el examen. IBO envía un ejemplar de este cuadernillo junto con las pruebas de examen.

Calificación

Se asignan puntos por método, precisión, respuestas correctas y razonamiento, lo cual incluye interpretación.

En la prueba 1, se otorga la puntuación máxima a cada respuesta correcta, independientemente de que se presente o no por escrito el procedimiento realizado.

En la prueba 2, las respuestas correctas que no presentan por escrito el procedimiento realizado no siempre reciben la puntuación máxima. Las respuestas se deben justificar mediante el procedimiento seguido o las explicaciones correspondientes (por ejemplo, en forma de diagramas, gráficas o cálculos). Aun cuando una respuesta sea incorrecta, se pueden otorgar algunos puntos siempre que aparezca el método empleado y éste sea correcto. Por lo tanto, se debe recomendar a los alumnos que muestren todos los procedimientos utilizados.

Prueba 1 1 h 30 m 40%

Esta prueba consta de 15 preguntas obligatorias de respuesta corta.

Parte del programa que cubre la prueba

- Para esta prueba se requiere el conocimiento de **todos** los temas. Sin embargo, esto no significa que todos los temas se vayan a evaluar en cada convocatoria de examen.
- La finalidad de esta prueba es comprobar los conocimientos de los alumnos sobre todas las áreas del programa de estudios. No obstante, no se debe suponer que se vaya a dar la misma importancia a todos los temas.

Tipo de preguntas

- Para resolver cada pregunta será necesario un pequeño número de pasos.
- Las preguntas pueden formularse mediante palabras, símbolos, tablas, diagramas o una combinación de éstos.

Calificación

- Esta prueba se califica con un máximo de **90** puntos y representa el **40%** de la nota final.
- Las preguntas plantean distintos niveles de dificultad y cada una se califica con un máximo de **6** puntos.

Prueba 2

1 h 30 m

40%

Esta prueba consta de **5** preguntas obligatorias de respuesta larga.

Parte del programa que cubre la prueba

- Para esta prueba se requiere el conocimiento de **todos** los temas. Sin embargo, esto no significa que todos los temas se vayan a evaluar en cada convocatoria de examen.
- Una misma pregunta puede implicar conocimientos de más de un tema.
- La finalidad de esta prueba es comprobar la profundidad de los conocimientos de los alumnos sobre el programa de estudios. Esta prueba puede abarcar menos temas que la prueba 1.
- Para cubrir el temario de forma adecuada, las preguntas de esta prueba podrán incluir dos o más apartados no relacionados entre sí.

Tipo de preguntas

- Las preguntas requieren respuestas largas que implican razonamientos sólidos.
- Cada pregunta puede desarrollar una única cuestión o estar dividida en apartados no relacionados entre sí.
- Las preguntas pueden formularse mediante palabras, símbolos, tablas, diagramas o una combinación de éstos.
- En general, cada pregunta presenta una escala de dificultad que va de cuestiones relativamente fáciles al principio, a otras relativamente más difíciles al final. Se pone especial énfasis en la resolución de problemas.

Calificación

- Esta prueba se califica con un máximo de **90** puntos y representa el **40%** de la nota final.
- Las preguntas de esta prueba pueden no ser equivalentes en cuanto a su extensión y nivel de dificultad. Así pues, cada una de ellas no necesariamente se califica con el mismo número de puntos. La puntuación máxima de cada pregunta se indica al principio de la misma.

Pautas generales

Notación

Entre los diversos tipos de notación usuales, IBO ha decidido adoptar un sistema que sigue las recomendaciones de la Organización Internacional de Normalización (ISO). Esta notación se utiliza en las pruebas de exámenes de esta asignatura sin explicaciones. Si en una prueba de examen

$\neg p$	negación: no p
$p \Rightarrow q$	implicación: si p entonces q
$p \Leftarrow q$	implicación: si q entonces p
$p \Leftrightarrow q$	equivalencia: p es equivalente a q / p si y sólo si q
$a^{1/n}, \sqrt[n]{a}$	a elevado a $\frac{1}{n}$, raíz n -ésima (enésima) de a (si $a \geq 0$ entonces $\sqrt[n]{a} \geq 0$)
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	a elevado a $-n$, el inverso de a^n
$a^{1/2}, \sqrt{a}$	a elevado a $\frac{1}{2}$, raíz cuadrada de a (si $a \geq 0$ entonces $\sqrt{a} \geq 0$)
\approx	es aproximadamente igual a
$>$	es mayor que
\geq	es mayor o igual que
$<$	es menor que
\leq	es menor o igual que
\nlessgtr	no es mayor que
\nlessgtr	no es menor que
u_n	término n -ésimo (enésimo) de una sucesión o de una serie
d	diferencia común de una progresión aritmética
r	razón común de una progresión geométrica
S_n	suma de los n primeros términos de una sucesión, $u_1 + u_2 + \dots + u_n$
$\sum_{i=1}^n u_i$	$u_1 + u_2 + \dots + u_n$
$f: A \rightarrow B$	f es una función que asigna a cada elemento del conjunto A una imagen en el conjunto B
$f: x \mapsto y$	f es una función que aplica x en y
$f(x)$	imagen de x por la función f
f^{-1}	función inversa de la función f

$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$	límite de $f(x)$ cuando x tiende a a
$\frac{dy}{dx}$	derivada de y con respecto a x
$f'(x)$	derivada de $f(x)$ con respecto a x
sen, cos, tg	funciones trigonométricas (circulares)
$A(x, y)$	punto A del plano, de coordenadas cartesianas x e y
$[AB]$	segmento de recta con extremos en los puntos A y B
AB	longitud de $[AB]$
(AB)	recta que pasa por los puntos A y B
\hat{A}	ángulo de vértice A
\hat{CAB}	ángulo formado por $[CA]$ y $[AB]$
$\triangle ABC$	triángulo de vértices A, B y C
$P(A)$	probabilidad del suceso A
$P(A')$	probabilidad del suceso “no A ”
$P(A B)$	probabilidad del suceso A condicionado al suceso B
x_1, x_2, \dots	valores observados
f_1, f_2, \dots	frecuencias con que ocurren los valores observados x_1, x_2, \dots
\bar{x}	media muestral
s_n	desviación típica muestral, $s_n = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n f_i (x_i - \bar{x})^2}{n}}$
r	coeficiente de correlación momento-producto de Pearson
χ^2	Chi-cuadrado

Términos de examen

Los siguientes términos se utilizan sin explicaciones en las pruebas de exámenes. Los profesores deben conocer estos términos y su significado y hacer que sus alumnos se familiaricen con ellos. La lista no es exhaustiva. Pueden aparecer otros términos, en cuyo caso se debe dar por supuesto que se utilizan con su significado habitual (por ejemplo, “explique” o “estime”). Los términos que aquí se incluyen son aquellos cuyo significado en matemáticas a veces puede ser distinto del habitual.

En el material de ayuda al profesor se pueden encontrar más aclaraciones y ejemplos.

<i>Escriba</i>	Obtenga la respuesta (o respuestas), por lo general, a partir de la información que se puede extraer. Se requieren pocos cálculos o ninguno, y no es necesario mostrar los pasos que se han seguido.
<i>Calcule</i>	Obtenga la respuesta (o respuestas) mostrando todos los pasos pertinentes. También se puede utilizar “halle” o “determine”.
<i>Halle</i>	Obtenga la respuesta (o respuestas) mostrando todos los pasos pertinentes. También se puede utilizar “calcule” o “determine”.
<i>Determine</i>	Obtenga la respuesta (o respuestas) mostrando todos los pasos pertinentes. También se puede utilizar “halle” o “calcule”.
<i>Derive</i>	Obtenga la derivada de una función.
<i>Integre</i>	Obtenga la integral de una función.
<i>Resuelva</i>	Obtenga las soluciones o raíces de una ecuación.
<i>Dibuje con precisión</i>	Represente a lápiz por medio de un diagrama o una gráfica precisos y rotulados. Se debe utilizar la regla para las líneas rectas. Los diagramas se deben dibujar a escala. En las gráficas, cuando el caso lo requiera, los puntos deben aparecer correctamente marcados y unidos, bien por una línea recta, o por una curva suave.
<i>Dibuje aproximadamente</i>	Represente por medio de un diagrama o una gráfica, si fuese necesario, rotulados. El dibujo ha de ofrecer una idea general de la figura, el diagrama o la gráfica que se pide. En el caso de las gráficas, el dibujo ha de incluir las características de las mismas, tales como puntos de corte, máximos, mínimos, puntos de inflexión y asíntotas.
<i>Sitúe</i>	Marque la posición de puntos en un diagrama.
<i>Compare</i>	Describa las similitudes y diferencias entre dos o más elementos.
<i>Deduzca</i>	Llegue a un resultado a partir de datos conocidos.
<i>Justifique</i>	Exponga una razón válida para fundamentar una conclusión o respuesta.
<i>Compruebe que</i>	Obtenga el resultado requerido (posiblemente, utilizando la información dada) sin la rigurosidad de una prueba. En este tipo de preguntas, por lo general, la comprobación no deberá basarse en el uso de la calculadora.
<i>A partir de lo anterior</i>	Utilice los resultados obtenidos anteriormente para responder a la pregunta.
<i>A partir de lo anterior o de cualquier otro modo</i>	La expresión sugiere que se utilicen los resultados obtenidos anteriormente, pero también pueden considerarse válidos otros métodos.

Evaluación de los objetivos específicos

Ciertos objetivos específicos se pueden vincular más fácilmente a una u otra modalidad de evaluación. Algunos de ellos se evaluarán más adecuadamente en la evaluación interna (tal como se indica en la sección que sigue) y de forma limitada en las pruebas de examen.

Objetivo específico	Contribución al total
Conocer y utilizar conceptos y principios matemáticos.	15%
Leer, interpretar y resolver un problema dado utilizando términos matemáticos adecuados.	15%
Organizar y representar la información y los datos en forma de tablas, gráficas y diagramas.	12%
Conocer y utilizar la terminología y la notación adecuadas (evaluación interna).	5%
Formular un razonamiento matemático y exponerlo con claridad.	10%
Seleccionar y utilizar técnicas y estrategias matemáticas adecuadas. Seleccionar y utilizar técnicas y estrategias matemáticas adecuadas.	15%
Demostrar la comprensión tanto del significado de los resultados como de su coherencia (evaluación interna).	5%
Reconocer modelos y estructuras en situaciones diversas y hacer generalizaciones (evaluación interna).	3%
Reconocer las aplicaciones prácticas de las matemáticas y demostrar su comprensión (evaluación interna).	3%
Utilizar como herramientas matemáticas los instrumentos tecnológicos apropiados (evaluación interna).	15%
Demostrar la comprensión de los modelos matemáticos y saber utilizarlos apropiadamente (evaluación interna).	2%

Descripción detallada de la evaluación interna 20%

Propósito del proyecto

Con el proyecto se pretende:

- que los estudiantes desarrollen una perspectiva propia acerca de la naturaleza de las matemáticas, así como la capacidad para plantearse sus propias preguntas sobre la disciplina
- animar a los alumnos a emprender un trabajo matemático y llevarlo a cabo
- que los alumnos sean capaces de adquirir confianza para desarrollar estrategias que les permitan abordar problemas y situaciones nuevas
- proporcionar a los estudiantes oportunidades para que desarrollen sus propias técnicas y destrezas, y que alumnos con diversas aptitudes, intereses y vivencias puedan llegar a sentir satisfacción personal con el estudio de las matemáticas
- que los estudiantes sean capaces de percibir las matemáticas como una disciplina integrada y no como destrezas y conocimientos fragmentados y separados en compartimentos estancos
- que los estudiantes descubran la relación entre las matemáticas y otras áreas de interés, así como sus aplicaciones
- proporcionar a los alumnos oportunidades de exponer con confianza lo que saben y lo que son capaces de hacer.

Objetivos específicos

El proyecto lo evalúa internamente el profesor y lo modera externamente IBO. Los criterios de evaluación interna se han desarrollado teniendo en cuenta los objetivos específicos del Grupo 5 en su conjunto, pero en especial los que aquí se incluyen, puesto que se evalúan mejor sin las limitaciones de tiempo que imponen los exámenes escritos.

En relación con el proyecto, y cuando corresponda, se espera que los alumnos sean capaces de:

- organizar y representar la información y los datos en forma de tablas, gráficas y diagramas
- conocer y utilizar la terminología y la notación adecuadas
- reconocer modelos y estructuras en situaciones diversas y hacer generalizaciones
- reconocer y manifestar una comprensión de las aplicaciones prácticas de las matemáticas
- utilizar como herramientas matemáticas los instrumentos tecnológicos apropiados
- manifestar una comprensión y un uso adecuado de los modelos matemáticos.

Estrategias de enseñanza y aprendizaje

Las siguientes estrategias de enseñanza y aprendizaje están implícitas en los objetivos del proyecto:

- Proporcionar a los alumnos, como parte fundamental del curso, oportunidades para que experimenten, exploren, generen hipótesis y planteen preguntas.
- Fomentar entre los alumnos la toma de iniciativas para exponer sus propios desarrollos matemáticos en el aula.
- Animar a los alumnos a convertirse en sujetos activos de su aprendizaje de las matemáticas, tanto dentro como fuera del aula.
- Organizar los temas del programa de estudios de modo que sea posible un enfoque orientado a la investigación.

- Motivar a los alumnos para que identifiquen los distintos procedimientos matemáticos que pueden utilizar para resolver problemas y reflexionen sobre ellos.
- Tener presente, al ofrecer consejo para la elección de temas y títulos, que los mejores proyectos son los que reflejan los intereses y aficiones del alumno.

Requisitos

El proyecto consiste en un trabajo escrito basado en una investigación personal que implica recopilación, análisis y evaluación de información.

Todo proyecto debe constar de:

- un título
- una descripción breve de la tarea
- las mediciones realizadas o la información o los datos recopilados o generados
- un análisis de las mediciones, la información o los datos
- una valoración del material analizado
- una bibliografía y comentarios a pie de página cuando el caso lo requiera.

Los alumnos pueden elegir entre una amplia variedad de tipos de proyectos, por ejemplo, modelos matemáticos, investigaciones, aplicaciones y estudios estadísticos. Los proyectos de tipo histórico que constatan hechos pero que tienen poco contenido matemático no son adecuados y se deben desaconsejar por completo.

Los profesores han de ofrecer orientación a los alumnos en la elección de áreas de estudio adecuadas para el proyecto. Siempre que sea posible, estas áreas han de estar relacionadas con los intereses del alumno y, aunque de naturaleza matemática, pueden basarse en contextos tales como los deportes, el arte, la música, el medioambiente, la salud, los viajes, la industria o el comercio.

Para desarrollar estos proyectos, los alumnos deben hacer uso de los conocimientos matemáticos adquiridos durante el curso. El nivel de complejidad ha de ser similar al establecido en el programa de estudios. No se espera que los alumnos realicen trabajos sobre temas no incluidos en el programa de Estudios Matemáticos NM, pero tampoco se penaliza en los casos en que así ocurra.

Integración del proyecto

El trabajo relacionado con el proyecto debe realizarse como parte del curso, de modo que los alumnos tengan la oportunidad de adquirir las destrezas necesarias para llevar a cabo un proyecto adecuado.

Las horas lectivas dedicadas al proyecto pueden, por tanto, utilizarse para:

- discusiones generales sobre temas de estudio relacionados, tales como: dónde y cómo recopilar los datos o realizar las mediciones; qué cantidad de datos es conveniente; distintos modos de presentar los datos; qué pasos hay que seguir para analizarlos; cómo hacer la valoración.
- ofrecer a los alumnos la oportunidad de calificar proyectos de años anteriores utilizando los criterios de evaluación.

Organización y desarrollo del proyecto

Distribución del tiempo

El *Vademécum* establece que un curso del Nivel Medio debe impartirse en un mínimo de **150** horas lectivas. En el curso de Estudios Matemáticos, **20** de estas horas se han de asignar a trabajo relacionado con el proyecto. De este modo, los profesores disponen de tiempo para explicar los requisitos a los alumnos, discutir ampliamente los criterios de evaluación y dedicar horas de clase al desarrollo del proyecto.

Planificación

Los alumnos han de comenzar a planificar sus proyectos lo más pronto posible una vez comenzado el curso. Los plazos de entrega se deben establecer de modo estricto y, preferiblemente, se deben pactar entre profesores y alumnos. Debe fijarse una fecha para la entrega del título y una breve descripción del proyecto, otra para completar la recopilación de los datos, otra para la entrega del primer borrador y, por supuesto, la fecha para la finalización del proyecto.

Discusión

Se debe dedicar tiempo a la discusión entre el profesor y los alumnos, y entre estos últimos, sobre aspectos determinados de los proyectos de cada uno de ellos.

Presentaciones

Puede utilizarse el horario lectivo para que cada alumno exponga oralmente, o con ayuda de medios visuales, determinados aspectos de su proyecto o el proyecto en su conjunto.

Extensión

En general, el proyecto no debe exceder las **2.000** palabras sin contar los diagramas, las gráficas, los apéndices y la bibliografía. Sin embargo, lo importante es la calidad del trabajo matemático y de los procedimientos utilizados y no la cantidad de palabras.

Orientación

- Un trabajo que establezca el profesor no es adecuado como proyecto.
- Todos los alumnos han de estar familiarizados con los requisitos y con los criterios de evaluación del proyecto. En especial, los profesores deben comentar con los alumnos los niveles de logro esperados en el criterio G (Compromiso).
- Se debe aclarar a los alumnos que todo el trabajo relacionado con el proyecto, incluida su redacción, ha de ser personal. Es, por tanto, conveniente que los profesores intenten fomentar entre los alumnos un sentido de la responsabilidad respecto a su aprendizaje, de manera que perciban su trabajo como algo propio de lo que se sientan orgullosos.
- Se debe descartar el trabajo en equipo. Cada uno de los proyectos debe basarse en datos o mediciones distintos.
- Es necesario insistir en que los alumnos deben asesorarse con el profesor a lo largo de todo el proceso. El profesor ha de ofrecer una orientación adecuada en cada una de las etapas del proyecto como, por ejemplo, dirigir a los alumnos hacia líneas de investigación más fructíferas, hacer sugerencias sobre fuentes de información apropiadas, y dar consejos sobre el contenido y la claridad de un proyecto en su fase de redacción.
- Se aconseja a los profesores que adviertan a los alumnos sobre la existencia de errores, pero sin corregirlos de manera explícita.

Autoría original

Los profesores deben asegurarse de que cada proyecto es un trabajo de creación personal del alumno. Un modo eficaz de asegurar lo anterior consiste en que el profesor siga el proyecto en todas sus etapas, lo que también es un seguro contra el plagio. De esta forma, al supervisar todas las etapas de su desarrollo, el profesor puede estar seguro de que el proyecto es producto del trabajo genuino y personal del alumno.

Se deben incluir en la bibliografía y mediante comentarios a pie de página, las referencias completas a todas las fuentes externas citadas o utilizadas en el proyecto.

En caso de duda, se puede verificar la autoría original del trabajo mediante alguno de los siguientes métodos:

- comentar el proyecto con el alumno
- pedir al alumno que explique los métodos utilizados y haga un resumen de los resultados o conclusiones
- pedir al alumno que reproduzca parte del análisis utilizando distintos datos
- pedir al alumno que aporte las fuentes utilizadas.

También es aconsejable que los profesores soliciten a los alumnos que firmen los proyectos una vez terminados, para indicar que se trata de su propio trabajo.

Estrategias de evaluación

Las estrategias de evaluación utilizadas en el aula deben:

- corresponder a las estrategias de enseñanza y aprendizaje especificadas en esta guía
- hacer posible que los estudiantes adquieran nuevas perspectivas de la naturaleza de las matemáticas
- permitir que los alumnos evalúen la calidad de su propio trabajo.

El profesor puede supervisar la evaluación de cada etapa del proyecto mediante la discusión de éste por parte de otros alumnos durante la clase y mediante la autoevaluación del alumno responsable del proyecto. La evaluación debe ser criterial (con referencia a criterios establecidos) y formativa, para permitir al alumno modificar, ampliar o mejorar el proyecto a lo largo de su desarrollo. El propósito es fomentar el diálogo entre profesor y alumno sin comprometer la integridad del proyecto como trabajo personal de este último.

Criterios de evaluación interna

El proyecto lo evalúa internamente el profesor y lo modera externamente IBO mediante el uso de criterios de evaluación que responden a los objetivos específicos de las matemáticas del Grupo 5.

Presentación

Cada proyecto se debe evaluar según los siete criterios siguientes:

Criterio A	Introducción
Criterio B	Información/mediciones
Criterio C	Procedimientos matemáticos
Criterio D	Interpretación de resultados
Criterio E	Validez
Criterio F	Estructura y comunicación
Criterio G	Compromiso

Aplicación

Se utiliza un método de evaluación basado en criterios. Es decir, cada proyecto se evalúa en relación con los criterios de evaluación establecidos en su trabajo y no en relación con el trabajo de otros alumnos.

Todos los proyectos de Estudios Matemáticos NM se evalúan según los siete criterios establecidos (A al G). Cada criterio de evaluación consta de distintos niveles de logro descritos desde una perspectiva positiva. La descripción de cada nivel de logro establece los requisitos mínimos para alcanzar ese nivel.

La finalidad es encontrar, para cada criterio, el descriptor que refleje de forma más adecuada el nivel de logro que haya alcanzado el alumno.

Se ha de leer el descriptor de cada nivel, empezando por el nivel 0, hasta que se llegue a uno que describa un nivel de logro que no se alcance. El nivel que alcance el alumno será, por tanto, el inmediatamente anterior, y es el que se deberá asignar.

Por ejemplo, si se consideran los sucesivos niveles de logro de un criterio determinado y la descripción del nivel 3 no corresponde al trabajo del alumno, entonces se le ha de asignar el nivel 2.

En los criterios sólo se pueden asignar números enteros: no se aceptan fracciones ni decimales.

Los niveles de logro más altos no implican un trabajo perfecto. Los profesores no han de dudar en utilizar los niveles extremos, incluido el cero, si describen de forma adecuada el trabajo que se está evaluando.

Se debe hacer uso de la serie completa de niveles de logro de modo apropiado. En los trabajos, un alumno que obtenga un nivel de logro alto con relación a un criterio, no obtendrá necesariamente niveles altos en relación con los otros criterios.

Del mismo modo, un alumno que obtenga un determinado nivel de logro con relación a un criterio no tendrá por qué obtener forzosamente niveles similares en los demás. No se debe suponer que la evaluación general de los alumnos haya de dar como resultado una distribución determinada de los puntos.

Se recomienda que los alumnos tengan acceso a los criterios de evaluación en todo momento.

Nota final del proyecto

La nota final de cada proyecto es la suma de los puntos obtenidos en cada criterio.

La nota final máxima es 20.

Niveles de logro

Criterio A: introducción

En este contexto, la palabra “tarea” se define como “lo que el alumno se dispone a hacer” y la palabra “plan” como “la manera en que se dispone a hacerlo”. Al principio de cada proyecto debe incluirse un enunciado o una breve descripción de la tarea. Todos los proyectos deben tener un título claro.

Nivel de logro

- 0 El alumno no presenta un enunciado claro de la tarea.
En el proyecto, no se indica lo que el alumno se propone realizar o ha realizado.
- 1 El alumno presenta un enunciado claro de la tarea.
Para conseguir este nivel se debe indicar de forma explícita en qué consiste la tarea.
- 2 El alumno presenta un título, un enunciado claro de la tarea y una descripción precisa del plan.
No es necesario exponer el plan con todo detalle, pero se debe describir cómo se va a ejecutar la tarea.

Criterio B: información/mediciones

En este contexto, las mediciones realizadas incluyen las obtenidas por medio de un computador, la observación, la investigación, la predicción a partir de un modelo matemático, o la experimentación. La información de carácter matemático incluye las figuras geométricas y los datos obtenidos de forma empírica o a partir de fuentes externas. Esta lista no es excluyente y la información matemática no se reduce únicamente a datos para análisis estadísticos.

Nivel de logro

- 0 El alumno no aporta información o mediciones pertinentes.
No se ha hecho ninguna tentativa de recopilar información o realizar mediciones pertinentes.
- 1 El alumno aporta información o mediciones pertinentes.
Se puede otorgar este nivel incluso si existe un defecto grave en los medios utilizados para obtener la información, por ejemplo, un cuestionario incorrecto o una encuesta mal realizada.
- 2 La información o las mediciones pertinentes que presenta el alumno están organizadas de forma apropiada para su análisis o son suficientes tanto en cantidad como en calidad.
Se ha realizado una tentativa satisfactoria de estructurar la información o las mediciones de modo que queden preparadas para el proceso de análisis, o éstas son adecuadas tanto en cantidad como en calidad.
- 3 La información o las mediciones pertinentes que presenta el alumno están organizadas de forma apropiada para su análisis y son suficientes tanto en cantidad como en calidad.
Este nivel no se puede alcanzar si las mediciones o la información son insuficientes en cantidad o demasiado simples (por ejemplo, son de un solo tipo), pues evidentemente no se podrían estructurar. Debe, por tanto, tenerse en cuenta que dentro de este descriptor existe un mínimo supuesto que se refiere a la cantidad y, sobre todo, a la calidad (en función de la profundidad y la amplitud) de la información o las mediciones que se aportan.

Criterio C: procedimientos matemáticos

Cuando se presenten diagramas, se espera que los alumnos utilicen una regla cuando sea necesario y no ofrezcan simplemente un bosquejo. Un dibujo a mano alzada no se considerará un procedimiento matemático correcto. Si se utilizan medios tecnológicos, se espera que el alumno muestre una comprensión clara de los procedimientos matemáticos utilizados.

Nivel de logro

- 0 El alumno no intenta desarrollar ningún procedimiento matemático.
- Este nivel corresponde a los casos de alumnos que han copiado procedimientos de un libro sin ningún intento de utilizar la información que ellos mismos han recopilado o generado.*
- A los proyectos que se limitan a presentar hechos históricos, por ejemplo, les corresponde este nivel.*
- 1 El alumno desarrolla procedimientos matemáticos simples.
- Se consideran procedimientos simples aquellos que un estudiante medio de Estudios Matemáticos podría llevar a cabo fácilmente, por ejemplo, porcentajes, áreas de figuras planas, funciones lineales y cuadráticas (representación gráfica y análisis de las mismas), gráficas de barras, gráficas de sectores, media estadística, desviación típica o probabilidad simple. Para alcanzar este nivel no es necesario que la representación sea exhaustiva ni que los cálculos estén libres de error.*
- 2 Los procedimientos matemáticos simples utilizados son correctos en su mayor parte o en su totalidad, o el alumno intenta utilizar al menos un procedimiento complejo.
- Ejemplos de procedimientos complejos son el cálculo de volúmenes de pirámides y conos, el análisis de funciones trigonométricas y exponenciales, la optimización, el contraste estadístico de hipótesis y la probabilidad compuesta. Para alcanzar este nivel no es necesario que los cálculos de procedimientos complejos estén libres de error.*
- 3 El alumno desarrolla al menos un procedimiento complejo, y todos los procedimientos utilizados son precisos en su mayor parte o en su totalidad.
- La palabra clave en este descriptor es “preciso”. Se acepta que no es necesario comprobar todos los cálculos para asignar este nivel de logro y basta con revisar algunos de ellos al azar. Un pequeño número de errores aislados no debe descalificar al alumno para obtener este nivel.*
- Sin embargo, el uso incorrecto de fórmulas o errores sistemáticos en la utilización de los datos sí lo descalificaría.*
- 4 El alumno desarrolla al menos un procedimiento complejo, los procedimientos utilizados son precisos en su mayor parte o en su totalidad y son todos pertinentes.
- Para conseguir este nivel, los procedimientos matemáticos deben ser pertinentes y deben utilizarse de modo coherente.*
- 5 El alumno desarrolla correctamente una serie de procedimientos matemáticos complejos.
- Para conseguir este nivel, se espera que el alumno haya desarrollado una serie de procedimientos matemáticos coherentes. Los procedimientos pueden ser todos relativos a una sola área de las matemáticas como, por ejemplo, la geometría. Las mediciones, la información o los datos con un alcance limitado no permitirán al alumno conseguir este nivel.*

Criterio D: interpretación de resultados

El uso de los términos “interpretaciones” y “conclusiones” se refiere muy concretamente a las explicaciones sobre lo que las matemáticas utilizadas nos permiten deducir una vez procesados los datos o la información originales. El análisis de las limitaciones y la validez de los procedimientos se evalúa en otro criterio.

Nivel de logro

- 0 El alumno no realiza ninguna interpretación ni extrae conclusiones.
Se otorga este nivel cuando claramente no existen interpretaciones ni conclusiones en ninguna parte del proyecto, o cuando se ofrece una interpretación completamente errónea sin referencia a ninguno de los resultados obtenidos.
- 1 El alumno presenta al menos una interpretación o una conclusión.
Para este nivel sólo es necesario que exista un mínimo indicio de interpretaciones o conclusiones. Se puede alcanzar este nivel si se plantea la necesidad de interpretar los resultados y existe una tentativa de hacerlo, aunque sólo se llega a conclusiones erróneas.
- 2 El alumno presenta al menos una interpretación o una conclusión coherente con los procedimientos matemáticos utilizados.
Para alcanzar este nivel, se requiere al menos una interpretación o una conclusión. Se debe utilizar un procedimiento de coherencia y, en consecuencia, no se trata de ver aquí si los procedimientos son correctos o pertinentes: el único requisito es la coherencia.
- 3 El alumno presenta un análisis exhaustivo de interpretaciones y conclusiones que son coherentes con los procedimientos matemáticos utilizados.
Para alcanzar este nivel, el alumno ha de presentar un análisis pertinente de los resultados obtenidos y de las conclusiones extraídas. En este contexto, la palabra “exhaustivo” debe entenderse en el sentido de ofrecer un análisis riguroso y pormenorizado de las interpretaciones, según el nivel de comprensión que razonablemente se puede esperar de un alumno de Estudios Matemáticos NM.
Este nivel de logro no se puede otorgar si el proyecto es demasiado sencillo y ofrece pocas posibilidades de realizar una interpretación sustancial. Tampoco se conseguirá si aparecen demasiadas interpretaciones o conclusiones incorrectas.

Criterio E: validez

Se establece una diferencia importante entre validez e interpretaciones y conclusiones. La validez se refiere a si las matemáticas utilizadas han sido adecuadas para el tratamiento de la información recopilada y si contenían alguna limitación que restringiese su aplicación al proyecto. También se debe juzgar con este criterio cualquier limitación o reserva formulada por el alumno sobre las conclusiones e interpretaciones. Aquí las consideraciones son independientes de si son correctas o no las interpretaciones y conclusiones concretas a las que se haya llegado.

Nivel de logro

- 0 El alumno no hace ningún comentario sobre los procedimientos matemáticos utilizados o sobre las interpretaciones o conclusiones establecidas.
- El alumno no ha intentado valorar (como opuesto a interpretar) el proyecto para determinar la validez de los procedimientos matemáticos o el modelo utilizados.*
- 1 El alumno ha intentado comentar los procedimientos matemáticos utilizados, o las interpretaciones o conclusiones establecidas.
- El alumno demuestra que es consciente de la posibilidad de que la validez de algunos de los resultados sea limitada e intenta analizar las razones de tales limitaciones.*
- Se obtiene este nivel de logro si se expresa un mero reconocimiento de la necesidad de obtener más información o mediciones, pero sin realizar una valoración. Si se cree que la validez no tiene importancia, se debe justificar esta opinión con, por lo menos, algún argumento aceptable.*
- 2 El alumno ha realizado un intento considerable de comentar tanto los procedimientos matemáticos utilizados como las interpretaciones o conclusiones presentadas.
- Se analiza ampliamente la validez de las técnicas utilizadas, así como el reconocimiento de cualquier limitación que pudiese darse y, al menos, una sugerencia realista para superarla. Expresiones tales como “tendría que haber utilizado más información o mediciones”, sin mayor aclaración, no son suficientes para obtener el máximo de puntos en este criterio. Si el alumno considera que la validez no tiene importancia, debe justificarlo plenamente, y sólo puede conseguir este nivel de logro si el argumento es razonable.*
- Si el análisis expuesto sobre la validez es claramente merecedor del nivel 1 y, además, está respaldado con sugerencias razonables sobre una posible ampliación del proyecto, entonces se puede considerar otorgar este nivel, aunque tales sugerencias no serán suficientes si no se analiza de alguna forma la validez.*

Criterio F: estructura y comunicación

El término “estructura” se refiere fundamentalmente a la organización de la información, operaciones e interpretaciones en el sentido de presentar el proyecto como una secuencia lógica de razonamientos y actividades, comenzando con la descripción de la tarea y el plan, y terminando con las conclusiones y limitaciones.

El término “comunicación” se refiere principalmente al uso correcto y eficaz de la notación matemática y a la elección adecuada de representaciones mediante diagramas y tablas. No se pretende que la ortografía, la gramática y la sintaxis sean perfectas, y estas características no se juzgarán al asignar un nivel para este criterio. Sin embargo, se recomienda encarecidamente a los profesores que corrijan y ayuden a los alumnos en los aspectos lingüísticos del trabajo. Los proyectos muy pobres desde el punto de vista lingüístico también tienen menos probabilidades de destacar en lo relativo a este criterio.

Nivel de logro

- 0 El alumno no ha realizado ningún intento de estructurar el proyecto.
Es de esperar que no haya muchos alumnos que merezcan este nivel.
- 1 El alumno ha intentado estructurar el proyecto o ha utilizado la notación y la terminología adecuadas.
Debe existir un desarrollo lógico del proyecto o un uso correcto de la notación y la terminología adecuadas.
- 2 El alumno ha intentado estructurar el proyecto y ha utilizado la notación y la terminología adecuadas.
Debe existir un desarrollo lógico del proyecto y un uso correcto de la notación y la terminología adecuadas.
- 3 El alumno presenta un proyecto bien estructurado y su exposición es coherente.
Para conseguir este nivel, el proyecto debe estar bien redactado y contener comentarios a pie de página y una bibliografía, cuando corresponda.

Criterio G: compromiso

El proyecto debe basarse en el continuo intercambio de opiniones entre el alumno y el profesor. El alumno habrá de ser consciente de las expectativas del profesor desde el principio del proyecto, y cada nivel de logro otorgado debe estar justificado por un comentario escrito del profesor a la hora de la calificación. Los ejemplos ofrecidos a continuación para cada nivel del criterio están orientados al profesor, y éste habrá de utilizar su propio juicio para asignar los niveles.

Nivel de logro

- 0 El alumno mostró poco o ningún compromiso.
- Por ejemplo, el alumno no participó en discusiones de clase sobre el proyecto, no presentó las entregas parciales requeridas o no cumplió con muchos de los plazos de entrega establecidos.*
- 1 El alumno mostró un nivel de compromiso satisfactorio.
- Por ejemplo, el alumno participó en discusiones de clase sobre el trabajo del proyecto, cumplió con la mayoría de los plazos establecidos, discutió algo sobre su proyecto por iniciativa del profesor pero no aprovechó todas las oportunidades que se le ofrecieron para desarrollarlo y mejorarlo.*
- 2 El alumno mostró un nivel de compromiso pleno.
- Por ejemplo, el alumno participó activamente en los debates de clase, demostró iniciativa en las discusiones sobre su proyecto con el profesor o con el resto de los alumnos así como en el subsiguiente trabajo de naturaleza más personal, o demostró una absoluta comprensión de todos los pasos del desarrollo de su proyecto.*
- Para obtener el mayor nivel de logro en este criterio, es imprescindible que el alumno haya sobresalido en varios de los aspectos que se muestran a continuación. Esta lista no es exhaustiva y se recomienda a los profesores que añadan sus propias expectativas.*
- El alumno:*
- *participó activamente en todas las etapas del desarrollo del proyecto*
 - *demostró comprensión de los conceptos vinculados a su proyecto*
 - *participó en actividades de clase sobre el trabajo del proyecto*
 - *demostró iniciativa*
 - *demostró perseverancia*
 - *demostró conocimiento y perspicacia*
 - *se organizó debidamente para cumplir con los plazos de entrega establecidos con el profesor.*